1．已知集合$A=\{x|-2<x<5\},B=\{x|m+1\le x\le 2m-1\}$

（1）当$m=3$时，求$(\complement_R A)\cap B$；

（2）若$A\cup B=A$，求实数m的取值范围.

【分析】（1）根据集合的运算法则计算；

（2）由$A\cup B=A$得$B\subseteq A$，然后分类$B=\emptyset$和$B\neq\emptyset$求解.

【详解】（1）当$m=3$时，B中不等式为$4\le x\le 5$，即$B=\{x|4\le x\le 5\}$，

$\therefore \complement_R A=\{x|x\le -2或x\ge 5\}$，则$(\complement_R A)\cap B=\{5\}$

（2）$\because A\cup B=A$，$\therefore B\subseteq A$，

①当$B=\emptyset$时，$m+1>2m-1$，即$m<2$，此时$B\subseteq A$；

②当$B\neq\emptyset$时，$\begin{cases}m+1\le 2m+1\\ m+1>-2\\ 2m-1<5\end{cases}$，即$2\le m<3$，此时$B\subseteq A$.

综上m的取值范围为$m<3$.

2．已知$f(x)$是定义在$(-4，4)$上的奇函数且$f(2)=1$，当$-4<x\le 0$时，有$f(x)=\frac{ax+b}{x+4}$.

（1）求实数a,b的值；

（2）求函数$f(x)$在区间$(0，4)$上的解析式，并利用定义证明其在该区间上的单调性.

(3) 解关于 m 的不等式$f(m^2+1)>1$

【分析】(1)根据条件可得$f(0)=0$，$f(-2)=-1$，解不等式组即可；

(2) 将a，b的值代入$f(x)$中，利用函数的奇偶性求对称区间上的解析式的步骤即可得到函数$f(x)$在区间$(0，4)$上的解析式，再利用定义证明$f(x)$的单调性即可；

(3) 利用$f(x)$的单调性建立自变量的大小关系, 注意要在函数的定义域上,即可求解

【详解】（1）由题知，$f(x)$是定义在$(-4,4)$上的奇函数且$f(2)=1$，所以 $f(-2)=-1$

则有$\begin{cases}f(-2)=\frac{-2a+b}{2}=-1\\ f(0)=\frac{b}{4}=0\end{cases}$，解得$a=1,b=0$；

（2）由（1）可知当$x\in(-4,0)$时，$f(x)=\frac{x}{x+4}$，

当$x\in(0,4)$时，$-x\in(-4,0)$　$f(x)=-f(-x)=\frac{-x}{-x+4}=\frac{x}{-x+4}$

$\forall x_1,x_2\in(0,4)$，且$x_1<x_2$，有$f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1}{-x_1+4}-\frac{x_2}{-x_2+4}=\frac{4(x_1-x_2)}{(-x_1+4)(-x_2+4)}$

$\because x_1，x_2\in(0,4)$且$x_1<x_2$，则$-x_1+4>0$，$-x_2+4>0$，$x_1-x_2<0$

于是$f(x_1)-f(x_2)<0$，所以$f(x)=\frac{x}{-x+4}$在$x\in(0,4)$上单调递增.

(3) 因为$f(x)$是奇函数且$f(x)$在$x\in(0,4)$上单调递增. 所以$f(x)$在$x\in(-4,4)$上单调递增,

$\because f(m^2+1)>1=f(2)$，$\therefore\begin{cases} m^2+1>2 \\ m^2+1\ \in(-4,4)\end{cases}$, 解得$m\in(-\sqrt{3},-1)\cup(1,\sqrt{3})$

3．已知函数$f(x)=-x^2+ax-2$，$x\in[1,3]$

（1）若$f(x)<0$恒成立，求a的范围.

（2）求$f(x)$的最小值$g(a)$.

【分析】(1）对于恒成立问题共讲解了三类题型,分别是.

① 函数$f(x)$在 R 上恒成立

② 函数$f(x)$在区间上恒成立 ---- 该问题有两种解法, 分离参数法 和数形结合法

③ 已知参数范围, $f(x)$ 恒成立

该问题的恒成立问题属于第二类问题---函数$f(x)$在区间上恒成立

（2）根据对称轴与区间中点的位置分类讨论，结合二次函数的图象和性质求得.

【解】(分离参数法)（1）$-x^2+ax-2<0$，$ax<x^2+2$，$\because x\in[1,3]$，$\therefore a<\frac{x^2+2}{x}$,

$\frac{x^2+2}{x}=x+\frac{2}{x}\geqslant 2\sqrt{2}$，当且仅当$x=\sqrt{2}\in[1,3]$时成立，$\therefore\left(\frac{x^2+2}{x}\right)_{\min}=2\sqrt{2}$，$\therefore a<2\sqrt{2}$.

（2）当$\frac{a}{2}\leq 2$即$a\leq 4$时，$f(x)_{\min}=f(3)=3a-11$；

当$\frac{a}{2}>2$即$a>4$时，$f(x)_{\min}=f(1)=a-3$，

综上，$g(a)=\begin{cases} 3a-11 & a\leq 4 \\ a-3 & a>4\end{cases}$.